Ecole Nationale des Sciences Appliquées
Kénitra

Année universitaire 2018-2019
Semestre 4

Contrôle de Traitement de Signal

(Durée 1H30')

La présentation des copies et la précision des raisonnements seront évaluées sur 2 points.
Aucun résultat non justifié ne sera pris en considération.

Bon courage.

Exercice 1 **(6 points)**

1. Montrer qu'il existe une suite $(\alpha_n)_n$ de nombres réels vérifiant

$$t = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos(nt), \quad \text{pour tout} \quad t \in [0, 1].$$

2. Calculer la valeur des sommes $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n$ et $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2$.

Exercice 2 **(12 points)** On rappelle ici que pour tout $a > 0$, on a

$$\mathcal{F}(e^{-ax^2})(\lambda) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{\pi^2}{a}\lambda^2}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

1. Calculer $\mathcal{F}(x^2 e^{-x^2})(\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
2. Soit f une fonction intégrable sur $\mathbb{R}$. On définit la suite de fonctions f_n par $f_1 = f$ et

$$f_{n+1} = f_n * f, \quad n \geq 1,$$

où $*$ est le produit de convolution.

   (a) Justifier, par un résultat du cours que pour tout $n \geq 1$, f_n est une fonction intégrable sur $\mathbb{R}$.
   (b) Calculer pour tout $n \geq 1$, $\mathcal{F}(f_n)$ en fonction de $\mathcal{F}(f)$ et n.
   (c) En déduire l'expression de f_n dans les cas suivants:
      i. $f(x) = e^{-x^2}$.
      ii. $f(x) = e^{-x}$ si $x \geq 0$ et 0 si $x < 0$.

Année universitaire 2018-2019

Semestre 4

Ecole Nationale des Sciences Appliquées

Kenitra

Examen de Traitement de Signal

(Durée 1H30')

La présentation des copies et la précision des raisonnements seront évaluées sur 2 points.
Aucun résultat non justifié ne sera pris en considération.

Bon courage.

Exercice 1 (10 points)

Calculez la transformée de Laplace de la fonction f définie par

$$f(t) = \int_0^t s^2 e^{-3s} \sin(s) ds, \quad t \geq 0.$$

(**Indication**: On pourra d'abord calculer la transformée de Laplace de f'.)

Exercice 2 (8 points) Dans la suite on considère une fonction causale f et on définit la suite de fonctions causales f_n par $f_1 = f$ et

$$f_{n+1} = f_n * f, \quad n \geq 1,$$

où $*$ est le produit de convolution pour les fonctions causales.

1. Calculer pour tout $n \geq 1$, $\mathcal{L}(f_n)$ en fonction de $\mathcal{L}(f)$ et n.
2. En déduire l'expression de f_n dans le cas où

$$f(t) = e^{-t} \quad \text{si} \quad t \geq 0.$$

(**Indication**: On pourra remarquer une certaine derivation ...)

Ecole Nationale des Sciences Appliquées
Kenitra

Année universitaire 2018-2019
Semestre 4

Rattrapage Traitement de Signal

(Durée 1H30)

La présentation des copies et la précision des raisonnements seront évaluées sur 2 points. Aucun résultat non justifié ne sera pris en considération.

Bon courage.

Note: Aucune table de formules n'est nécessaire pour cet examen.

Exercice 1 **(10 points)** En utilisant une transformée de Laplace, trouvez toutes les fonctions $y : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^2$ telles que $y'(0) = 1$, $y(0) = 0$ et vérifiant

$$y''(t) + y(t) = t^2 + \int_0^t y(s)ds, \quad t \geq 0.$$

(Indication: On pourra voir l'integrale comme une convolution de la fonction y avec une fonction bien choisie ...)

Exercice 2 **(8 points)** Donnez la transformée de Laplace inverse de la fonction F définie par

$$F(s) = \frac{s^2}{(s+1)^3}, \quad s \in \mathbb{C} \quad \text{tel que} \quad \mathrm{Re}(s) > 1.$$